Prof. K. Tent
Dr. M. Bays

Universität Münster
Wintersemester 2016/2017

Modelltheorie
Übungsblatt 4

Aufgabe 1. Geben Sie zwei Theorien T_1 und T_2 in einer Sprache $\mathcal{L}$ an, so dass T_1 und T_2 beide unendliche Modelle haben und die folgenden beiden Bedingungen gelten:

a) Es gibt eine universelle Aussage, die T_1 von T_2 trennt.

b) Es gibt keine universelle Aussage, die T_2 von T_1 trennt.

Hinweis: Es gibt viele derartige Theorien. Eine Möglichkeit ist es, abelsche Gruppen zu betrachten.

Aufgabe 2. Geben Sie überabzählbar viele 1-Typen über $(\mathbb{Q}, <)$ an. Welche dieser Typen werden in $(\mathbb{Q}, <)$ realisiert? Welche in $(\mathbb{R}, <)$? Geben Sie mindestens einen Typen an, der nicht in $(\mathbb{R}, <)$ realisiert wird.

Aufgabe 3. Betrachten Sie die $\mathcal{L}_R$-Theorie des Zufallsgraphen T_{RG} von Blatt 3. Zeigen Sie, dass T_{RG} Quantorenelimination hat und vollständig ist.

Aufgabe 4.

a) Zeigen Sie, dass $\mathrm{Th}((\mathbb{Q}, +, 0))$ Quantorenelimination hat.

Hinweis: Verwenden Sie, dass $T_{\mathbb{Q}-VR}$ Quantorenelimination hat.

b) Betrachten Sie die Struktur $(\mathbb{Q}, \Gamma_+^{\mathbb{Q}}, 0)$, wobei $\Gamma_+^{\mathbb{Q}}$ der Funktionsgraph von $+$ ist, d.h. Γ_+ ein dreistelligen Relationsymbol ist und $(a, b, c) \in \Gamma_+^{\mathbb{Q}}$ gdw $a + b = c$ gilt.

i) Schreiben Sie in dieser Sprache eine $\exists$-Formel und eine $\forall$-Formel, die $\{(x, y, z, w) \in \mathbb{Q}^4 | x + y + z = w\}$ definieren.

ii) Zeigen Sie, dass $\mathrm{Th}((\mathbb{Q}, \Gamma_+^{\mathbb{Q}}, 0))$ modellvollständig ist.

Abgabe bis Montag, den 21.11., 09:00 Uhr, Briefkasten 168.
Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.
Web-Seite: `https://wwwmath.uni-muenster.de/u/baysm/logikII/`