

Logik 2 (Modelltheorie)
Übungsblatt 3

Aufgabe 1. Beschreiben Sie die 2-Typen über $(\mathbb{Q}, <)$. Welche dieser Typen werden in $(\mathbb{R}, <)$ realisiert?

Aufgabe 2. Sei E Äquivalenzrelation auf $\omega \times \omega$ definiert durch $(i, j)E(i', j') \iff i = i'$. Betrachten Sie $T := \text{Th}(\langle \omega \times \omega; E \rangle)$.

- a) Zeigen Sie, dass T Quantorenelimination hat.
- b) Welche vollständigen 1-Typen über $\omega \times \omega$ sind isoliert? Welche über $\omega \times \{0\}$? Welche über $\{0\} \times \omega$?

Sei M eine Struktur und A eine Teilmenge von M . Der *algebraische Abschluss* $\text{acl}_M(A)$ von A in M ist die Vereinigung aller endlichen A -definierbaren Teilmengen von M .

Aufgabe 3. Zeigen Sie:

- a) Wenn $b \in \text{acl}_M(A)$, dann ist $\text{tp}(b/A)$ isoliert.
- b) Wenn M ein algebraisch abgeschlossener Körper ist und $A \subseteq M$, dann ist $\text{acl}_M(A)$ der körpertheoretische algebraische Abschluss des von A erzeugten Unterkörpers in M .

Aufgabe 4. Sei \mathcal{A} eine Struktur, und $B \subseteq A$.

- a) Sei $n, m \in \mathbb{N}_{>0}$. Sei $\theta : \{1, \dots, n\} \rightarrow \{1, \dots, m\}$. Zeigen Sie, dass die Abbildung $\theta^* : S_m(B) \rightarrow S_n(B)$

$$\theta^*(\text{tp}(a_1, \dots, a_m/B)) := \text{tp}(a_{\theta(1)}, \dots, a_{\theta(n)}/B)$$

offen, stetig und surjektiv ist.

Abgabe bis Montag, den 13.11, 12:00 Uhr, Briefkasten 174.

Die Übungsblätter sollen alleine oder zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.