Prof. K. Tent
Dr. M. Bays

Universität Münster
Wintersemester 2016/2017

Modelltheorie
Übungsblatt 12

Aufgabe 1. Sei $\mathcal{L} \supseteq \mathcal{L}_{Grp}$ eine Sprache und G eine streng minimale Gruppe, d.h. eine Gruppe, deren $\mathcal{L}$-Theorie $\mathrm{Th}(G)$ streng minimal ist. Zeigen Sie, dass jede echte definierbare Untergruppe von G endlich ist. Geben Sie ein Beispiel einer unendlichen streng minimalen Gruppe an.

Aufgabe 2. Sei $\mathcal{L} \supseteq \mathcal{L}_{Grp}$ eine Sprache und G eine Gruppe, deren $\mathcal{L}$-Theorie total transzendent ist. Zeigen Sie, dass G eine kleinste definierbare Untergruppe G^0 von endlichem Index hat. Geben Sie ein Beispiel einer nicht streng minimalen Gruppe G an, sodass G^0 streng minimal ist.

Aufgabe 3. Es sei T eine streng minimale $\mathcal{L}$-Theorie und $m_0 \in \omega$ die Dimension des Primmodells von T. Zeigen Sie, dass m_0 gerade das minimale $n \in \omega$ mit der Eigenschaft ist, dass es unendlich viele $\mathcal{L}$-Formeln $\psi(x_0, \dots, x_n)$ modulo T gibt.

Aufgabe 4. Sei $\mathcal{M}$ eine ω-saturierte $\mathcal{L}$-Struktur, und sei $\phi(x)$ eine streng minimale Formel, sodass es für jedes $b \in M$ ein $n \in \mathbb{N}$ und $c_1, \dots, c_n \in M$ gibt, sodass $\mathcal{M} \models \phi(c_i)$ und $b \in \mathrm{acl}(c_1, \dots, c_n)$ gilt. Zeigen Sie, dass $T := \mathrm{Th}(\mathcal{M})$ $\aleph_1$-kategorisch ist.

Abgabe bis Montag, den 30.01, 09:00 Uhr, Briefkasten 168.
Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.
Web-Seite: `https://wwwmath.uni-muenster.de/u/baysm/logikII/`