Prof. M. Hils
Dr. M. Bays

Universität Münster
Wintersemester 2017/2018

Logik 2 (Modelltheorie)
Übungsblatt 10

Aufgabe 1. Geben Sie ein Beispiel für eine Struktur, in der acl kein Prägeometrie definiert.

Aufgabe 2. Sei G ein Graph mit Kantenmenge K. Wir definieren $\mathrm{cl} : \mathcal{P}(K) \to \mathcal{P}(K)$ wie folgt: Für $k \in K$ und $H \subseteq K$ gilt genau dann $k \in \mathrm{cl}(H)$, wenn $k \in H$ gilt oder wenn k zu einem endlichen Kreis gehört, dessen übrige Kanten alle in H liegen.

a) Zeigen Sie, dass cl eine Prägeometrie auf K definiert.

b) Zeigen Sie, dass falls G endlich ist, die Dimension von K genau der Zahl der Ecken $|E|$ minus der Zahl der Zusammenhangskomponenten von G entspricht.
Hinweis: Ein Baum mit n Kanten hat $n + 1$ Ecken.

Aufgabe 3. Sei T eine streng minimale $\mathcal{L}$-Theorie, die nicht $\aleph_0$-kategorisch ist, und $m_0 \in \omega$ die Dimension des Primmodells von T. Zeigen Sie, dass m_0 gerade das minimale $n \in \omega$ mit der Eigenschaft ist, dass es unendlich viele $\mathcal{L}$-Formeln $\psi(x_0, \ldots, x_n)$ modulo T gibt.

Aufgabe 4. Sei $\mathcal{M}$ eine ω-saturierte $\mathcal{L}$-Struktur, und sei $\phi(x)$ eine streng minimale Formel, sodass es für jedes $b \in M$ ein $n \in \mathbb{N}$ und $c_1, \ldots, c_n \in M$ gibt, sodass $\mathcal{M} \models \phi(c_i)$ und $b \in \mathrm{acl}(c_1, \ldots, c_n)$ gilt. Zeigen Sie, dass $T := \mathrm{Th}(\mathcal{M})$ $\aleph_1$-kategorisch ist.

Abgabe bis Montag, den 15.01.2018, 12:00 Uhr, Briefkasten 174.
Die Übungsblätter sollen alleine oder zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.