Prof. M. Hils
Dr. M. Bays

Universität Münster
Wintersemester 2017/2018

Logik 2 (Modelltheorie)
Übungsblatt 9

Aufgabe 1. Sei $\aleph_0 < \lambda < \kappa$. Sei T eine κ-kategorische Theorie in einer abzählbaren Sprache. Zeigen Sie, dass T λ-kategorisch ist. Passen Sie den Beweis von Lachlans Satz an.

Aufgabe 2. Sei $T := \mathrm{Th}(\mathbb{N}; 0, S)$, wobei S die Nachfolgerfunktion bezeichnet.

a) Geben Sie eine Axiomatisierung von T an.
b) Zeigen Sie, dass T Quantorenelimination besitzt und streng minimal ist.
c) Sie A eine Teilmenge eines Modells von T. Beschreiben Sie den algebraischen Abschluss von A.

Aufgabe 3.

a) Zeigen Sie direkt, dass streng minimale Theorien den Quantor $\exists^\infty$ eliminieren.
b) Geben Sie ein Beispiel einer unendlichen Struktur $\mathcal{M}$, einer endlichen Menge $A \subseteq M$ und eines nicht-algebraischen Typs $p \in S_1(A)$ an, sodass $p(M)$ nicht leer und endlich ist.

Aufgabe 4. Sei $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$. Sei E eine Äquivalenzrelation auf einer Menge M, sodass E unendlich viele Äquivalenzklassen besitzt, jede von Kardinalität n. Sei $T := \mathrm{Th}(M; E)$.

a) Zeigen Sie, dass T Quantorenelimination besitzt und streng minimal ist.
b) Beschreiben Sie den algebraischen Abschluss in $(M; E)$.
c) Sei nun $n \geq 3$. Zeigen Sie, dass es in $(M; E)$ eine streng minimale $\emptyset$-definierbare Menge Y gibt, sodass es keine M-definierbare Bijektion $f : Y \setminus Y_0 \to M \setminus M_0$ gibt, für endliche Mengen $Y_0 \subseteq Y$ und $M_0 \subseteq M$.

Abgabe bis Montag, den 08.01.2018, 12:00 Uhr, Briefkasten 174.
Die Übungsblätter sollen alleine oder zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.