

**Modelltheorie**  
**Übungsblatt 4**

**Aufgabe 1.** Geben Sie zwei Theorien  $T_1$  und  $T_2$  in einer Sprache  $\mathcal{L}$  an, so dass  $T_1$  und  $T_2$  beide unendliche Modelle haben und die folgenden beiden Bedingungen gelten:

- a) Es gibt eine universelle Aussage, die  $T_1$  von  $T_2$  trennt.
- b) Es gibt keine universelle Aussage, die  $T_2$  von  $T_1$  trennt.

*Hinweis:* Es gibt viele derartige Theorien. Eine Möglichkeit ist es, abelsche Gruppen zu betrachten.

**Aufgabe 2.** Betrachten Sie die  $\mathcal{L}_R$ -Theorie des Zufallsgraphen  $T_{RG}$  von Blatt 3. Zeigen Sie, dass  $T_{RG}$  Quantorenelimination hat und vollständig ist.

**Aufgabe 3.**

- a) Sei  $(\mathcal{A}_i)_{i \in I}$  eine Kette von  $\mathcal{L}$ -Strukturen und  $\mathcal{A} = \bigcup_{i \in I} \mathcal{A}_i$ . Sei  $\varphi$  eine  $\mathcal{L}$ -Aussage der Form  $\forall x_1, \dots, x_n \psi(x_1, \dots, x_n)$ , wobei  $\psi(x_1, \dots, x_n)$  eine existentielle  $\mathcal{L}$ -Formel ist. Zeigen Sie:

$$\mathcal{A}_i \models \varphi \text{ für alle } i \in I \implies \mathcal{A} \models \varphi.$$

- b) Was können Sie also über die Vereinigung einer Kette von Körpern sagen?

**Aufgabe 4.** Geben Sie überabzählbar viele 1-Typen über  $(\mathbb{Q}, <)$  an. Welche dieser Typen werden in  $(\mathbb{Q}, <)$  realisiert? Welche in  $(\mathbb{R}, <)$ ? Geben Sie mindestens einen Typen an, der nicht in  $(\mathbb{R}, <)$  realisiert wird.

*Abgabe bis Montag, den 17.11., 09:00 Uhr*

*Die Übungsblätter sollen zu zweit bearbeitet und abgegeben werden.*

*Web-Seite: <http://www.math.uni-muenster.de/u/franziska.jahnke/mt/>*